

Approved For Release STAT
2009/08/19 :
CIA-RDP88-00904R000100120

~~Dec 1988~~

Approved For Release
2009/08/19 :
CIA-RDP88-00904R000100120



Вторая Международная конференция
Организации Объединенных Наций
по применению атомной энергии
в мирных целях

A/CONF/15/P/2224
USSR
ORIGINAL: RUSSIAN

Не подлежит оглашению до официального сообщения на Конференции

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ОНЗАГЕРА К ИССЛЕДОВАНИЮ ДИФФУЗИИ
НЕЙТРОНОВ В ПОГЛОЩАЮЩИХ СРЕДАХ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ

А.И.Вейник, В.С.Ермаков,
А.В.Лыков

При расчете ядерных реакторов необходимо знать законы распространения нейтронов в различных средах. В настоящее время для расчета процессов переноса нейтронов обычно используют элементарную теорию диффузии или более точную кинетическую теорию (1,2).

В энергетических реакторах существенную роль может играть изменение энергии тепловых нейтронов в процессе их взаимодействия со средой, имеющей различную температуру в разных областях реактора.

Наиболее полное рассмотрение этого эффекта можно провести с помощью кинетического уравнения, учитывающего диффузию нейтронов и переброс из одного интервала энергии в другой.

Однако до настоящего времени такое рассмотрение в литературе применялось лишь к энергетическим задачам (3). Решение пространственно-энергетических задач связано с очень большими объемами вычислений.

В данной работе для рассмотрения указанного эффекта предлагаются использование термодинамической теории Онзагера, позволяющей уточнить некоторые вопросы, связанные с распространением нейтронов.

Теория Онзагера предполагает локальное термодинамическое равновесие нейтронного газа со средой. Это предположение для реальных реакторов выполняется очень редко. Тем не менее предлагаемые здесь уравнения описывают некоторую модель явления, которую можно рассматривать как предельный случай реальных явлений.

-2-

Приведенный в настоящей работе анализ дифференциальных уравнений переноса нейтронов и тепла позволяет оценить влияние соответствующих кинетических коэффициентов.

Рассмотрим уравнение переноса нейтронов и тепла.

В простейшем случае уравнение баланса нейтронов имеет вид:

$$\frac{\partial n}{\partial \tau} = - \operatorname{div} Q_n - W_i + W_j , \quad /1/$$

где n - концентрация нейтронов (число нейтронов в 1 см³); τ - время; Q_n - удельный поток нейтронов; W_i - мощность стока нейтронов (количество нейронов, поглощаемых 1 см³ среды на 1 сек.);

$$W_i = \sum_{\alpha} \Phi$$

Φ - обычный поток нейтронов; \sum_{α} - макроскопическое сечение поглощения; W_j - мощность источника нейтронов.

Величины W_i и W_j могут быть функциями координат, времени и концентрации нейтронов. Удельный поток нейтронов

$$Q_n = - k_D \nabla n , \quad /2/$$

где k_D - обычный коэффициент диффузии. Если принять, что величина k_D не зависит от координат, то уравнение /2/ превращается в известное уравнение закона Фика. При этом из выражения /1/ получаем

$$\frac{\partial n}{\partial \tau} = k_D \nabla^2 n - W_i + W_j , \quad /3/$$

где $\nabla^2 n$ - оператор Лапласа;

$$\nabla^2 n = \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} .$$

Для решения этого уравнения необходимо знать конкретные значения функций W_i и W_j .

Дифференциальное уравнение переноса тепла (теплопроводности) имеет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = k \nabla^2 T + \frac{Q_i}{c_f} + \frac{Q_j}{c_f} , \quad /4/$$

-3-

где T - температура; k - коэффициент температуропроводности;

$$k = \frac{\lambda}{C\gamma} ,$$

λ - коэффициент теплопроводности; C - удельная теплоемкость;
 γ - плотность; Q_i - удельная мощность источника теплоты, связанного с поглощением нейтронов; Q_j - удельная мощность источника теплоты, связанного с возникновением тепловых нейтронов (тепловые нейтроны рождаются в результате замедления); при этом в замедлителе выделяется количество теплоты, составляющее $\sim 2,5\%$ от энергии деления).

Применимально к топливному элементу, поглощение нейтронов сопровождается выделением (в результате деления ядер) большого количества теплоты. Источник тепла Q_i можно связать с величиной W_i , характеризующей мощность стока нейтронов. В первом приближении соответствующая функция записывается следующим образом:

$$Q_i = \rho_i W_i , \quad /5/$$

где ρ_i - удельное количество теплоты, в общем случае являющееся функцией координат и времени.

Дифференциальное уравнение теплопроводности для топливного элемента (с учетом источника тепла Q_i) имеет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = k \nabla^2 T + \frac{\rho_i}{C\gamma} W_i . \quad /6/$$

Решение этого уравнения для наиболее общих условий дается в работе /4/. Через величину W_i осуществляется связь между уравнением /3/ диффузии нейтронов и уравнением /6/ теплопроводности.

Анализ показывает, что при определенных условиях процессы распространения нейтронов и теплоты оказываются между собою тесно связанными. С целью выяснения этого вопроса попытаемся отразить взаимное влияние потоков тепла q_Q и нейтронов q_n с помощью линейных уравнений Онзагера. Находим

$$q_n = L_{11} X_1 + L_{12} X_2 \quad /8/$$

-4-

и

$$Q_Q = L_{21} X_1 + L_{22} X_2 ,$$

/9/

где через L обозначены кинетические коэффициенты Онзагера. Согласно принципу взаимности

$$L_{12} = L_{21}$$

/10/

Термодинамические движущие силы X_1 и X_2 находятся таким образом, чтобы произведение из скорости возрастания энтропии на абсолютную температуру было равно сумме произведений из движущей силы на соответствующий поток. Имеем /5/

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= -\nabla \left(\frac{\mu}{T} \right) = -\nabla \mu - \frac{\mu}{T} \nabla T \\ X_2 &= -\frac{1}{T} \nabla \mu \end{aligned} \right\},$$

/11/

где μ - химический потенциал, определяемый по Гиббсу.

Потенциал μ является функцией концентрации и температуры, поэтому уравнения /8/ и /9/ Онзагера для удельных потоков нейтронов и тепла могут быть выражены через градиенты ∇n и ∇T . Из уравнений /8/, /9/ и /11/ находим

$$Q_n = -k_p \nabla n - k_T \nabla T - k_p \delta \nabla T \quad /12/$$

и

$$Q_Q = -\lambda \nabla T - k_\lambda \nabla n ,$$

/13/

где k_p - коэффициент, характеризующий влияние температурного поля на процесс распространения нейтронов; δ - так называемый коэффициент Соре; k_λ - коэффициент диффузационной теплопроводности.

Первые два слагаемых в правой части уравнения /12/ характеризуют процесс переноса нейтронов под действием градиентов концентрации нейтронов и температуры. Эти слагаемые являются следствием

формулы /II/, которой определяется термодинамическая движущая сила χ , переноса нейтронов. По величине они соизмеримы между собой. Третье слагаемое определяет термодиффузионный эффект (эффект Соре). Величина этого слагаемого для процессов распространения нейтронов пренебрежимо мала по сравнению с двумя первыми.

Второе слагаемое правой части уравнения /I3/ определяет эффект переноса тепла под действием градиента концентрации нейтронов. Величина этого слагаемого также крайне незначительна. Коэффициенты k_p , k_λ , δ и k_λ определяются по методу, изложенному в работе (5).

Если $k_p = 0$ и $\delta = 0$, то формула /I2/ превращается в уравнение закона Фика; если $k_\lambda = 0$, то из формулы /I3/ получается уравнение закона Фурье.

Определим более подробно роль отдельных слагаемых, входящих в уравнения /I2/ и /I3/, на конкретном примере. С этой целью рассмотрим процесс распространения нейтронов и тепла в замедлителе под действием градиентов ∇n и ∇T .

Начнем с выяснения вопроса о влиянии градиента концентрации нейтронов на поток тепла. В качестве замедлителя рассмотрим твердое вещество (графит, бериллий или окись бериллия), так как в жидкой среде (тяжелая или природная вода) значительных градиентов температуры практически не возникает. Например, для графитового замедлителя основной поток тепла, определяемый первым слагаемым правой части уравнения /I3/, зависит от коэффициента теплопроводности, величина которого имеет порядок 10^2 ккал/м час $^{\circ}$ С.

Вычислим вначале тепловой поток, передаваемый нейтронным газом под действием градиента температуры. Как известно, при нейтронном потоке в реакторе $\Phi = 10^{14}$ л/см 2 сек концентрация тепловых нейтронов составляет величину

$$n = \frac{\Phi}{U} = \frac{10^{14}}{2,2 \cdot 10^5} = 4,55 \cdot 10^8 \text{ л/см}^3,$$

где U — скорость тепловых нейтронов, равная 2200 м/сек. Таким образом, величина n примерно в 10^{11} раз меньше числа атомов, заключенных в 1 см 3 замедлителя.

При грубой оценке с помощью молекулярно-кинетической теории коэффициент теплопроводности нейтронного газа составляет примерно 10^{-8} ккал/м час $^{\circ}$ С (длина рассеяния для графита была принята рав-

-6-

ной 2,52 см). Отсюда видно, что вследствие очень малой плотности нейтронного газа он передает под действием градиента температуры ничтожное количество теплоты по сравнению с материалом замедлителя.

Из тех же молекулярно-кинетических соображений находится количество теплоты, передаваемой нейтронным газом под действием градиента концентрации нейронов (вместе с массой частиц). Если принять $\nabla n = 10^6 \text{ 1/cm}^4$ и $k_D = 2 \cdot 10^5 \text{ см}^2/\text{сек}$ (обычный коэффициент диффузии для графита), то для удельного теплового потока, проходящего между двумя сечениями с разностью температур $\Delta T = 100^\circ$, получится величина порядка $10^{-6} \text{ ккал}/\text{м}^2 \text{ час}$. Как видим, в условиях, близких к реальным, под действием градиента ∇n передается ничтожно малое количество теплоты (по сравнению с процессом обычной теплопроводности). Это значит, что второе слагаемое правой части уравнения /13/ оказывается пренебрежимо малым по сравнению с первым слагаемым этого уравнения.

Аналогичным образом оценивается сопряженный эффект, характеризующий перенос нейтронов под действием градиента температуры (эффект Соре). Величина этого эффекта определяется третьим слагаемым правой части уравнения /12/.

В соответствии с теорией Онзагера, сопряженный эффект должен быть того же порядка, что и прямой эффект, т.е. сопряженный эффект является крайне незначительным.

Поэтому третье слагаемое правой части уравнения /12/ оказывается пренебрежимо малым по сравнению с двумя первыми слагаемыми этого уравнения. В итоге уравнения /12/ и /13/ принимают вид:

$$q_n = -k_D \nabla n - k_T \nabla T \quad /14/$$

и

$$q_Q = -\lambda \nabla T. \quad /15/ \quad \begin{matrix} \times \\ \times \\ \approx \end{matrix}$$

Уравнение /15/ непосредственно соответствует закону теплопроводности Фурье.

Полученный результат свидетельствует о том, что в полном объеме теория Онзагера не может быть использована при изучении процессов тепло- и нейтронообмена. Это объясняется равенством нулю коэффициентов увлечения ($L_{12} = L_{21} = 0$), вследствие чего

-7-

взаимно-связанная система уравнений /I2/ и /I3/ распадается на отдельные независимые уравнения /I4/ и /I5/.

Вместе с тем, из уравнений /I4/ и /I5/ видно, что при отсутствии влияния потока нейtronов на поток тепла имеет место некоторое влияние потока тепла на поток нейtronов. Влияние градиента температуры на поток нейtronов выражается слагаемым $k_{\text{тр}} \nabla T$ уравнения /I4/. С этим обстоятельством в известных условиях необходимо считаться.

Как уже отмечалось, величина обоих слагаемых правой части уравнения /I4/ в определенных условиях может иметь один и тот же порядок. Вычисление из термодинамических соображений величины $k_{\text{тр}} \nabla T$, определяющей перенос нейtronов под действием градиента температуры, представляет некоторые трудности. Чтобы избежать усложнения задачи, рассмотрим упрощенный механизм переноса, позволяющий в первом грубом приближении оценить относительную роль градиентов ∇n и ∇T в процессе распространения нейtronов.

По аналогии с теорией слабых растворов Вант-Гоффа, будем считать, что нейтроны как бы "растворены" в замедлителе и представляют собой идеальный нейтронный газ. В этих условиях можно вычислить "осмотическое" (в некотором смысле парциальное) давление нейтронного газа по известным формулам молекулярно-кинетической теории. Имеем

$$\rho = \frac{2}{3} n \bar{\omega} = n k T, \quad /16/$$

где $\bar{\omega}$ - средняя кинетическая энергия поступательного движения; $\bar{\omega} = \frac{3}{2} k T$; k - константа Больцмана;

$$k = 1,38 \cdot 10^{-16} \text{ эрг/град} = 1,41 \cdot 10^{-22} \text{ кгсм/град.}$$

Отсюда видно, что "осмотическое" давление пропорционально концентрации n нейtronов и абсолютной температуре T (заметим кстати, что рассматриваются медленные тепловые нейtronы, поэтому в любом выделенном объеме температура нейтронного газа равна температуре вещества замедлителя). При температуре $T = 293^{\circ}\text{K}$ и

$$n = 4,55 \cdot 10^8 \text{ л/см}^3 \text{ "осмотическое" давление нейтронного газа } \rho = 1,88 \cdot 10^{-11} \text{ кг/см}^2.$$

-8-

Предположим далее, что поток нейтронов пропорционален градиенту парциального давления нейтронного газа, т.е.

$$q_n = -k_p \nabla p.$$

/17/

При равномерно распределении температуры во всем объеме среды ($\nabla T = 0$) уравнение /17/ превращается в выражение для закона Фика $q_n = -k_p k_T \nabla n = -k_D \nabla n$, где обычный коэффициент диффузии

$$k_D = k_T k_p.$$

/18/

При равномерном распределении концентрации нейтронов в среде ($\nabla n = 0$) из выражения /17/ и слагаемого $k_T \nabla T$ уравнения /14/ находим

$$q_n = -k_p k_T \nabla T = -k_D \nabla T,$$

/19/

где коэффициент $k_D = k_T k_p$.

Необходимо отметить, что выражение /17/, определяющее поток нейтронов через градиент "осмотического" давления нейтронного газа не является чем-то принципиально новым. Так, например, с помощью градиента давления в статистической физике определяется поток молекул в условиях эффузии (кнудсеновское течение). В случае диффузии парообразной влаги поток вещества определяется через градиент парциального давления пара и т.д. Таким образом, формула /17/ является хотя и грубым, но все же удобным приближением, позволяющим произвести достаточно убедительную количественную оценку реальных условий переноса нейтронного газа. Произведем некоторые вычисления.

Для графитового замедлителя коэффициент диффузии $k_D = 2 \cdot 10^5 \text{ см}^2/\text{сек}$. Коэффициент пропорциональности k_p для случая изотермической диффузии может быть найден из выражения /18/. Имеем:

$$k_p = \frac{k_D}{k_T} = \frac{2 \cdot 10^5}{1,41 \cdot 10^{-22} \cdot 293} = 4,84 \cdot 10^{24} \text{ см}/\text{кг сек}$$

-9-

В изотермических условиях (при температуре графита $T = 293^{\circ}\text{K}$) нейтронный поток находится по формуле закона Фика или из выражений /17/ и /18/. Для градиента концентрации нейtronов $\nabla n = 10^6 \text{ I/cm}^4$ получаем:

$$q_n = -k_p k_T \nabla n = -k_p \nabla n = 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 = 2 \cdot 10^{11} \text{ I/cm}^2 \text{ сек.}$$

Определим теперь нейтронный поток, обусловленный влиянием температурного градиента. Концентрацию n нейtronов примем, как и прежде, равной $4,55 \cdot 10^8 \text{ I/cm}^3$. Для этого случая коэффициент

$$k_T = k_n k_p = 1,41 \cdot 10^{-22} \cdot 4,55 \cdot 10^8 \cdot 4,84 \cdot 10^{24} = 3,1 \cdot 10^{-11} \text{ I/cm сек } ^\circ\text{C.}$$

При градиенте температуры в графитовом замедлителе $\nabla T = 3^{\circ}\text{C}/\text{см} = 300^{\circ}\text{C}/\text{м}$ получается следующий нейтронный поток, обусловленный влиянием градиента температуры:

$$q_n = -k_T \nabla T = 3,1 \cdot 10^{-11} \cdot 3 = 9,3 \cdot 10^{-11} \text{ I/cm}^2 \text{ сек.}$$

Сопоставление найденных величин показывает, что в реальных условиях работы реактора, возможно существенное влияние градиента температуры на величину нейтронного потока. Этот эффект можно использовать на практике для уменьшения утечки нейtronов (путем создания соответствующего градиента температуры в отражателе или в наружных слоях реактора). Высказанные соображения могут быть справедливы только для тепловых нейtronов, причем градиент температуры должен распространяться на достаточно большие расстояния по сравнению с длиной рассеяния.

Использованные для расчетов формулы являются грубо приближенными. Однако справедливость теории Вант-Гоффа для слабых растворов позволяет высказать предположение, что в случае нейтронного газа таким способом можно получить удовлетворительную качественную картину процесса.

Воспользуемся теперь выражением /14/ для потока нейtronов и перепишем дифференциальные уравнения диффузии в виде:

$$\frac{\partial n}{\partial \tau} = \operatorname{div} (\mathbf{v} (k_p \nabla n + k_T \nabla T)) - W_i + W_j .$$

-10-

Если коэффициенты переноса мало изменяются с координатами, тогда получим

$$\frac{\partial n}{\partial \tau} = k_D \nabla^2 n + k_T \nabla^2 T - W_i + W_j \quad /20/$$

Дифференциальное уравнение теплопроводности остается неизменным, так как поток нейтронов практически не влияет на поток тепла.

Для решения различных конкретных задач необходимо проинтегрировать дифференциальные уравнения /6/ и /20/ совместно с соответствующими краевыми (границными и начальными) условиями. Аналогичные задачи можно также решать методами теории подобия. При этом можно получить критерии подобия, существенные для процесса тепло- и нейтронообмена и, таким образом, наметить пути решения задачи о моделировании некоторых процессов, которые протекают в ядерных реакторах (6,7).

Л и т е р а т у р а

1. Глесстон С., Эдлунд М., Основы теории ядерных реакторов. ИЛ, М., 1954
2. Галанин А.Д., Теория ядерных реакторов на тепловых нейтронах. Атомиздат, М., 1957
3. Nuclear Science and Engineering, Нью-Йорк, 1957, № 3 и 1958 № 1
4. Иванов А.В., Операционное решение задач теплопроводности для слоисто-однородных сред. Инж.-Физ. ж., 1958, № 2
5. Де Гроот С.Р., Термодинамика необратимых процессов. ГИТТЛ, М., 1956
6. Вейник А.И., Техническая термодинамика и основы теплопередачи. Госэнергоиздат, М., 1956
7. Лыков А.В., Теория теплопроводности. ГИТТЛ, М., 1952